

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 28

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 85

A3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 14

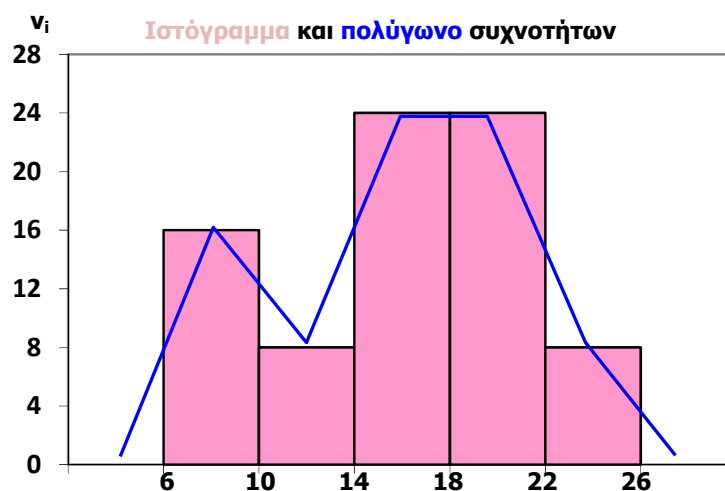
A4. α. Σωστό, β. Λάθος, γ. Σωστό, δ. Λάθος, ε. Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

B1.

Κλάσεις	x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
[6 , 10)	8	16	0,2	16	0,2
[10 , 14)	12	8	0,1	24	0,3
[14 , 18)	16	24	0,3	48	0,6
[18 , 22)	20	24	0,3	72	0,9
[22 , 26)	24	8	0,1	80	1
ΣΥΝΟΛΑ	-	80	1	-	-

B2.



B3.

Κλάσεις	x_i	v_i	$x_i v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
[6 , 10)	8	16	128	-8	64	1024
[10 , 14)	12	8	96	-4	16	128
[14 , 18)	16	24	384	0	0	0
[18 , 22)	20	24	480	4	16	384
[22 , 26)	24	8	192	8	64	512
ΣΥΝΟΛΑ	-	80	1280	-	-	2048

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{1280}{80} = 16$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{2048}{80} = 25,6$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{25,6} \cong 5,06$$

B4. Στην κλάση [10 , 14) έχουμε :
 Σε πλάτος 4 (14 – 10) αντιστοιχεί το 10% των υπαλλήλων
 Σε πλάτος 2 (14 – 12) αντιστοιχεί το x% των υπαλλήλων
 $4x = 2 \cdot 10 \Leftrightarrow x = 5\%$ των υπαλλήλων

Στην κλάση [14 , 18) αντιστοιχεί το 30% των υπαλλήλων

Στην κλάση [18 , 22) αντιστοιχεί το 30% των υπαλλήλων

Στην κλάση [22 , 26) έχουμε :

Σε πλάτος 4 (26 – 22) αντιστοιχεί το 10% των υπαλλήλων

Σε πλάτος 3 (25 – 22) αντιστοιχεί το y% των υπαλλήλων

$$4y = 3 \cdot 10 \Leftrightarrow y = 7,5\% \text{ των υπαλλήλων}$$

Επομένως το ποσοστό των υπαλλήλων που πήραν άδεια από 12 μέχρι 25 μέρες είναι : $5\% + 30\% + 30\% + 7,5\% = 72,5\%$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. • $26\alpha^2 - 10\alpha - 2\alpha\beta + \beta^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$$25\alpha^2 - 10\alpha + 1 + \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(5\alpha - 1)^2 + (\alpha - \beta)^2 = 0 \Leftrightarrow 5\alpha - 1 = 0 \text{ και } \alpha - \beta = 0 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = \beta = \frac{1}{5}$$

$$\bullet P(A) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(\omega_1) + P(\omega_2) + P(\omega_3) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \gamma = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \gamma = \frac{1}{10}$$

Γ2. $g(x) = P(\omega_4) \cdot x^3$

$$g'(x) = 3 \cdot P(\omega_4) \cdot x^2$$

- Η εφαπτομένη της C_g στο σημείο $(1, g(1))$ είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x$ άρα $g'(1) = 1 \Leftrightarrow$

$$3 \cdot P(\omega_4) = 1 \Leftrightarrow P(\omega_4) = \frac{1}{3}$$

$$\bullet P(\omega_1) + P(\omega_2) + P(\omega_3) + P(\omega_4) + P(\omega_5) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{3} + P(\omega_5) = 1 \Leftrightarrow \frac{5}{6} + P(\omega_5) = 1 \Leftrightarrow$$

$$P(\omega_5) = 1 - \frac{5}{6} \Leftrightarrow P(\omega_5) = \frac{1}{6}$$

Γ3. • $K = (A - B) \cup (B - A) = \{ \omega_1, \omega_2, \omega_4, \omega_5 \}$

$$\text{άρα } P(K) = 1 - P(\omega_3) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\bullet \Lambda = A \cup B' = A, \text{ άρα } P(\Lambda) = P(A) = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Οι διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι :

$$\alpha = 6 - 2x, \beta = 6 - 2x \text{ και } \gamma = x$$

Επομένως ο όγκος της δεξαμενής είναι :

$$\begin{aligned} f(x) &= (6 - 2x) \cdot (6 - 2x) \cdot x \\ &= 2(3 - x) \cdot 2(3 - x) \cdot x \\ &= 4x(3 - x)^2, 0 < x < 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta 2. f'(x) &= [4x \cdot (3 - x)^2]' = (4x)' \cdot (3 - x)^2 + 4x \cdot [(3 - x)^2]' \\ &= 4 \cdot (3 - x)^2 + 4x \cdot 2(3 - x) \cdot (3 - x)' = 4 \cdot (3 - x)^2 - 8x \cdot (3 - x) \\ &= 4 \cdot (3 - x) \cdot (3 - x - 2x) = 12 \cdot (3 - x) \cdot (1 - x) \end{aligned}$$

x	0	1	3
f'(x)		+	-
f(x)			

Η δεξαμενή έχει μέγιστο όγκο όταν $x = 1$ m.

$$\begin{aligned} \Delta 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+2) - 8}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4(x+2) \cdot [3 - (x+2)]^2 - 8}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4(x+2) \cdot (1-x)^2 - 8}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(4x+8) \cdot (1-2x+x^2) - 8}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x - 8x^2 + 4x^3 + 8 - 16x + 8x^2 - 8}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(4x^2 - 12)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (4x^2 - 12) = -12 \end{aligned}$$

$$\Delta 4. 1 = x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 = 2 \quad \begin{matrix} f \downarrow \text{ στο } [1, 3] \\ \Rightarrow \end{matrix}$$

$$f(1) = f(x_1) > f(x_2) > f(x_3) > f(x_4) > f(x_5) = f(2) \Leftrightarrow$$

$$16 = y_1 > y_2 > y_3 > y_4 > y_5 = 8$$

$$R = y_1 - y_5 = 16 - 8 \Rightarrow \mathbf{R = 8}$$

$$CV_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Από εφαρμογή σχολικού βιβλίου όταν σε όλες τις τιμές μιας μεταβλητής y_i προσθέσουμε μια σταθερά α , τότε οι νέες τιμές ω_i που προκύπτουν, έχουν:

- $\bar{\omega} = \bar{y} + \alpha = 12 + \alpha > 0$

- $s_{\omega} = s_y = 2$ και

Επομένως $CV = \frac{s_{\omega}}{\bar{\omega}} = \frac{2}{12 + \alpha}$

$$\text{Είναι } CV = 2CV_y + \frac{R}{12} \Leftrightarrow \frac{2}{12 + \alpha} = 2 \cdot \frac{1}{6} + \frac{8}{12} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2}{12 + \alpha} = 1 \Leftrightarrow 12 + \alpha = 2 \Leftrightarrow \mathbf{\alpha = -10}$$

$$\Delta 5. \emptyset \neq A \subseteq B \Rightarrow 0 < P(A) \leq P(B) \leq 1 \quad \begin{matrix} f \uparrow \text{ στο } [0, 1] \\ \Rightarrow \end{matrix}$$

$$f(P(A)) \leq f(P(B)) \Leftrightarrow$$

$$\cancel{A} \cdot P(A) \cdot [3 - P(A)]^2 \leq \cancel{A} \cdot P(B) \cdot [3 - P(B)]^2$$

και επειδή $P(B) > 0$ και $[3 - P(B)]^2 > 0$, έχουμε

$$\frac{P(A)}{P(B)} \leq \frac{[3 - P(B)]^2}{[3 - P(A)]^2} \Leftrightarrow \frac{P(A)}{P(B)} \leq \left(\frac{3 - P(B)}{3 - P(A)} \right)^2$$